IME - UFF
Coordenação de Matemática

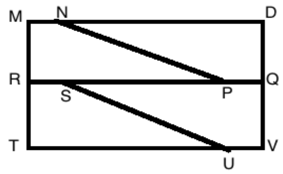
Questões do ENAD de Geometria Euclidiana

Anos: 2005, 2208 e 2011

Foram preservados os enunciados das provas

2005
Questões Objetivas Comuns - Licenciatura e Bacharelado

Questão 15: Um professor propôs a seguinte situação-problema em sala de aula:



Considere que a figura acima represente um terreno retangular MOVT e que R e Q sejam, respectivamente, os pontos médios dos lados MT e OV. Estabeleça as condições necessárias e suficientes para que o terreno esteja dividido em quatro áreas iguais.
Qual das opções abaixo responde corretamente à indagação do professor?

A Os segmentos NP e SU são paralelos.

B $MN = UV$.

C $MN = RS = PQ$ e NP e SU são paralelos.

D $NPUS$ é um paralelogramo e $RS = PQ$.

E $M = N$, $P = Q$, $U = V$ e $R = S$.

Questão 16:

Considere o retângulo Q_0, ilustrado acima e a partir dele, construa a sequência de quadriláteros Q_1, Q_2, Q_3, ..., de tal modo que, para $i \geq 1$, os vértices de Q_i são os pontos médios dos lados de Q_{i-1}. Representando por $a(Q_i)$ a área do quadrilátero Q_i, julgue os itens que se seguem.

I A subsequência de quadriláteros Q_1, Q_3, Q_5, ..., correspondente aos índices ímpares, é formada somente por paralelogramos.

II O quadrilátero Q_6 é um retângulo.

III Para $i \geq 1$, $\frac{a(Q_i)}{a(Q_{i-1})} = \frac{1}{2}$

Assinale a opção correta

A Apenas um item está certo.

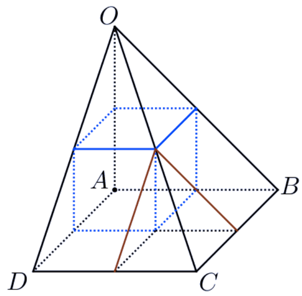
B Apenas os itens I e II estão certos.

C Apenas os itens I e III estão certos.

D Apenas os itens II e III estão certos.

E Todos os itens estão certos.

Questão 17: Considere a pirâmide $OABCD$ de altura OA e cuja base é o paralelogramo $ABCD$. Considere também o prisma apoiado sobre a base da pirâmide e cujos vértices superiores são os pontos médios das arestas concorrentes no vértice O.



Represente por V_1 o volume da pirâmide $OABC$D e por V_2 o volume do prisma. A respeito dessa situação, um estudante do ensino médio escreveu o seguinte:

A razão $\frac{V_2}{V_1}$ independe de a base da pirâmide $OABCD$ ser um retângulo ou um paralelogramo qualquer
porque
OAB é um triângulo retângulo.

Com relação ao que foi escrito pelo estudante, é correto afirmar que

A As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.

B As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa da primeira.

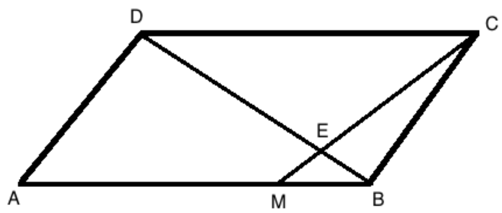
C A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.

D A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.

E Ambas as asserções são proposições falsas.

Questão Discursiva Comum - Licenciatura e Bacharelado

Questão 29: Em um paralelogramo $ABCD$, considere M o ponto da base AB tal que $\overline{MB} = \frac{1}{4}\overline{AB}$ e E o ponto de interseção do segmento CM com a diagonal BD, conforme figura a seguir.



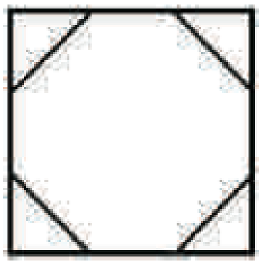
Prove, detalhadamente e de forma organizada, que a área do triângulo BME é igual a da área do paralelogramo $ABCD$. No desenvolvimento de sua demonstração, utilize os seguintes fatos, justificando-os:

- Os triângulos BME e DCE são semelhantes;
- A altura do triângulo BME, relativa à base BM, é igual a da altura do triângulo DCE relativa à base DC.

Questões objetivas - Licenciatura

Questão 31: Uma das fontes da história da matemática egípcia é o papiro Rhind, ou papiro Ahmes (1650 a.C.). Constam desse documento os problemas a seguir.

Problema 1: Comparar a área de um círculo com a área de um quadrado a ele circunscrito. A seguinte figura faz parte da resolução desse problema.



Problema 2: "Exemplo de um corpo redondo de diâmetro 9. Qual é a área?"

A solução apresentada pelo escriba pode ser descrita como:

- Remover do diâmetro; o restante é 8;
- Multiplicar 8 por 8; perfaz 64. Portanto, a área é 64;

O procedimento do escriba permite calcular a área A de um círculo de diâmetro d aplicando a fórmula $A = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$.

Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

I A figura do problema 1 sugere aproximar a área de um círculo à área de um octógono.

II O procedimento, no problema 2, fornece uma aproximação para B, por excesso, correta até a 2^a casa decimal.

III De acordo com o procedimento, no problema 2, a área do círculo de diâmetro d é igual à de um quadrado de lado $\frac{8}{9}d$.

Assinale a opção correta.

A Apenas um item está certo.

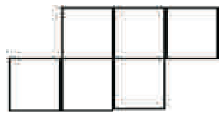
B Apenas os itens I e II estão certos.

C Apenas os itens I e III estão certos.

D Apenas os itens II e III estão certos.

E Todos os itens estão certos.

Questão 35: Em uma classe da 6^a série do ensino fundamental, o professor de matemática propôs aos alunos a descoberta de planificações para o cubo, que fossem diferentes daquelas trazidas tradicionalmente nos livros didáticos. Um grupo de alunos produziu a seguinte proposta de planificação.



Ao tentar montar o cubo, o grupo descobriu que isso não era possível. Muitas justificativas foram dadas pelos participantes e estão listadas nas opções abaixo. Assinale aquela que tem fundamento matemático.

A Não se podem alinhar três quadrados.

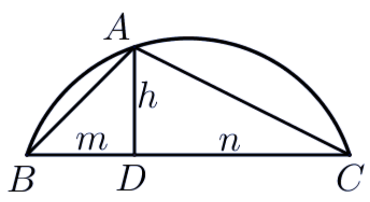
B Tem de haver quatro quadrados alinhados, devendo estar os dois quadrados restantes um de cada lado oposto dos quadrados alinhados.

C Quando três quadrados estão alinhados, não se pode mais ter os outros três também alinhados.

D Cada ponto que corresponderá a um vértice deverá ser o encontro de, no máximo, três segmentos, que serão as arestas do cubo.

E Tem de haver quatro quadrados alinhados, e não importa a posição de justaposição dos outros dois quadrados.

Questão 37:É comum alunos do ensino médio conhecerem a demonstração do teorema de Pitágoras feita no livro I de **Os Elementos de Euclides**. Nela, usa-se o fato de que todo triângulo ABC, de catetos a e b e hipotenusa c, está inscrito em um semicírculo. Demonstra-se que as projeções m e n de AB e AC sobre a hipotenusa satisfazem à relação $mn = h^2$, em que h é a altura do triângulo. Por meio das relações de proporcionalidade entre os lados dos triângulos ABD, CAD e CBA, prova-se que $a^2 + b^2 = c^2$.



Além de demonstrar o teorema de Pitágoras, o professor pode, ainda, com esta estratégia, demonstrar que

I é possível construir, com régua e compasso, a média geométrica entre dois números reais m e n.

II é possível construir, com régua e compasso, um quadrado de mesma área que a de um retângulo de lados m e n.

III todos os triângulos retângulos que aparecem na figura são semelhantes.

Assinale a opção correta.

A Apenas um item está certo.

B Apenas os itens I e II estão certos.

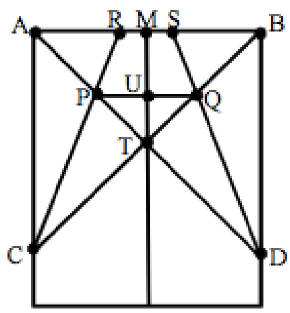
C Apenas os itens I e III estão certos.

D Apenas os itens II e III estão certos.

E Todos os itens estão certos.

2008
Questões Objetivas Comuns - Licenciatura e Bacharelado

Questão 15: Uma professora do ensino fundamental resolveu utilizar, em suas aulas, a construção de um avião de papel para explorar alguns conceitos e propriedades da geometria plana. Utilizando uma folha de papel retangular, os estudantes deveriam começar fazendo as dobras na folha ao longo dos segmentos de reta indicados na figura abaixo.



As seguintes condições, segundo instruções da professora, devem ser satisfeitas:

- A reta determinada por M e U é a mediatriz do segmento AB;
- AC, BD e AB são segmentos congruentes;
- PT e TQ são segmentos congruentes;
- PD e BD são segmentos congruentes.

A partir da análise da figura, um estudante afirmou o seguinte:
O triângulo PQD é obtusângulo
porque
o triângulo PQT é equilátero.
Com relação ao que foi afirmado pelo estudante, assinale a opção correta.

A As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.

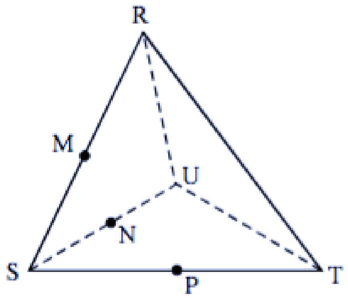
B As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda não é uma justificativa correta da primeira.

C A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.

D A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.

E Ambas as asserções são proposições falsas.

Questão 25: O projeto de construção de uma peça de artesanato foi realizado utilizando-se um software geométrico que permite interceptar um tetraedro regular com planos. A figura a seguir mostra o tetraedro $RSTU$ e três pontos M, N e P do plano α de interseção.



Sabendo que M, N e P são pontos médios de SR, SU e ST, respectivamente, e que o tetraedro $RSTU$ tem volume igual a 1, avalie as seguintes afirmações.

I O volume da pirâmide $SMNP$ é igual $\frac{1}{2}$.

II A interseção do plano α com o tetraedro é um paralelogramo.

III As retas que contém as arestas MP e RU são reversas.

É correto o que se afirma em

A I, apenas.

B III, apenas.

C I e II, apenas.

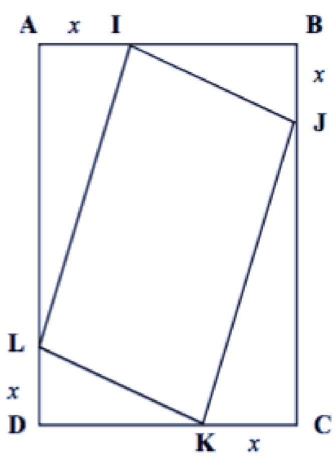
D II e III, apenas.

E I, II e III.

Questão Discursiva - Licenciatura

Questão 40:

No retângulo $ABCD$ ao lado, o lado AB mede 7 cm e o lado AD mede 9cm. Os pontos I, J, K e L foram marcados sobre os lados AB, BC, CD e DA, respectivamente, de modo que os segmentos AI, BJ, CK e DL são congruentes.



Com base nessa situação, faça o que se pede nos itens a seguir e transcreva suas respostas para o Caderno de Respostas, nos locais devidamente indicados.

a) Demonstre que o quadrilátero $IJKL$ é um paralelogramo.

b) Escreva a função que fornece a área do paralelogramo $IJKL$ em função de x e determine, caso existam, seus pontos de máximo e de mínimo.

c) Na resolução desse problema, que conceitos matemáticos podem ser explorados com alunos do ensino fundamental e do ensino médio?

2011
Questões Objetivas Comuns - Licenciatura e Bacharelado

Questão 12: O matemático grego Hipócrates de Chios (470 a. C. – 410 a. C.) é conhecido como um excelente geômetra. Ele calculou a área de várias regiões do plano conhecidas como lúnulas, que são limitadas por arcos de circunferência, com centros e raios diferentes. As guras I e II a seguir mostram, respectivamente, as lúnulas L_1 e L_2, limitadas por um arco de circunferência de centro O e raio r e por semicircunferências cujos diâmetros são o lado de um hexágono regular e o lado de um quadrado inscritos na circunferência de raio r e centro O.

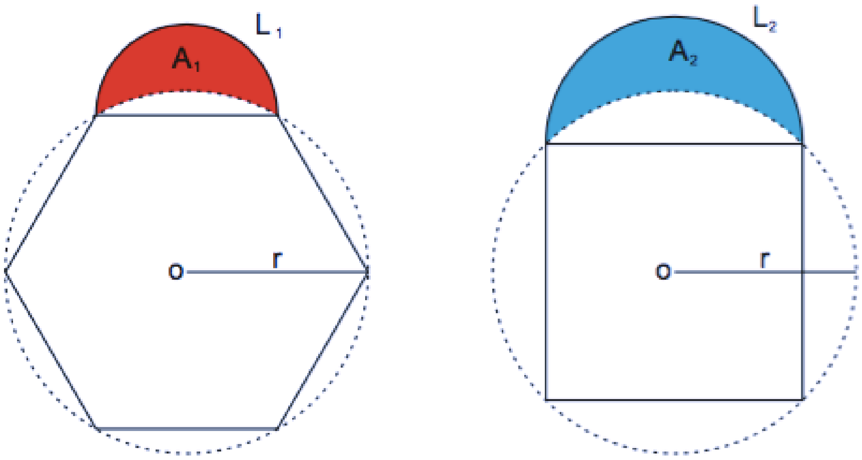


Figura I   Figura II

Considerando r um número racional, avalie as asserções a seguir.

A razão entre as áreas A_1 e A_2 das lúnulas L_1 e L_2 é um número racional.

PORQUE

A_1 e A_2 podem ser, respectivamente, representadas por $\pi \times q_1$ e $\pi \times q_2$, em que q_1 e q_2 são números racionais.

A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.

a) As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.

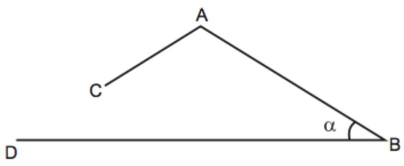
b) As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa da primeira.

c) A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda, uma proposição falsa.

d) A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda, uma proposição verdadeira.

e) Tanto a primeira quanto a segunda asserções são proposições falsas.

Questão 24: Um instrumento de desenho é constituído de três hastes rígidas AB, AC e BD, articuladas no ponto A, mas fixas em B. A figura a seguir é um esquema desse instrumento, em que as hastes foram substituídas por segmentos de reta.



Na extremidade C, foi colocado um grafite que permite desenhar, sobre uma folha de papel, uma curva γ ao se girar AC em torno de A, mantendo-se fixos AB e BD, que são lados do ângulo α. Nessa situação, qualquer que seja o ângulo agudo α, a curva γ interceptará a semirreta de origem B e que passa por D em

Ⓐ Dois pontos E e F distintos, e os triângulos BAE e BAF são congruentes.

Ⓑ Dois pontos E e F distintos, e os triângulos BAE e BAF são semelhantes, mas não congruentes.

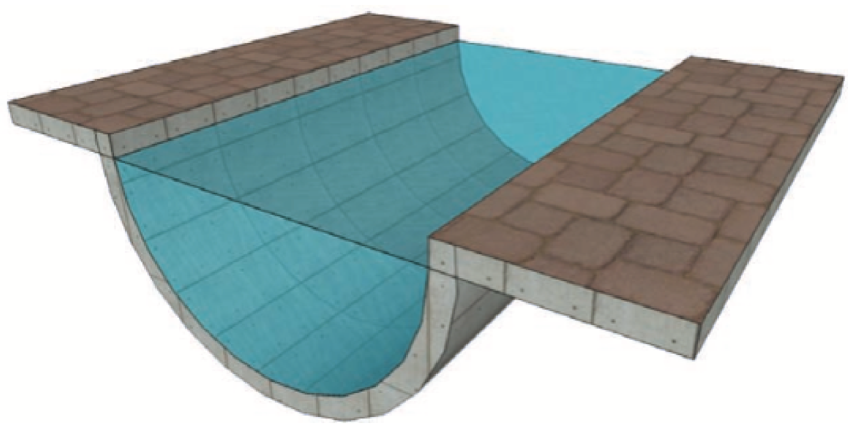
Ⓒ Um único ponto se, e somente se, $\frac{AC}{AB} = sen\,\alpha$.

Ⓓ Um único ponto se, e somente se, $\frac{AC}{AB} > sen\,\alpha$.

Ⓔ Um único ponto se, e somente se, $\frac{AC}{AB} < sen\,\alpha$.

Questão Objetiva - Licenciatura

Questão 33: Para introduzir conceitos relativos a cilindros, um professor de matemática do ensino médio pediu a seus alunos que fizessem uma pesquisa sobre situações práticas que envolvessem essas guras geométricas. Dois estudantes trouxeram para a sala de aula as seguintes aplicações:
Situação I
O raio hidráulico é um parâmetro importante no dimensionamento de canais, tubos, dutos e outros componentes das obras hidráulicas. Ele é de nido como a razão entre a área da seção transversal molhada e o perímetro molhado. Para a seção semicircular de raio r ilustrada abaixo, qual é o valor do raio hidráulico?



CHOW, V.T. Hidráulica dos Canais Abertos, 1982.

Situação II

Ao analisar as duas situações como possibilidades de recursos didáticos, seria correto o professor concluir que

A a situação I é inadequada porque induz os estudantes à apreensão equivocada do conceito de cilindro.

B a situação I é adequada porque permite a discussão de que todas as interseções do cilindro com planos são semicircunferências.

C a situação II é inadequada porque induz os estudantes à apreensão equivocada do conceito de volume do cilindro.

D a situação II é adequada porque permite mostrar que o volume do cilindro é igual à quantidade de jabuticabas multiplicada pela média dos volumes das jabuticabas.

E as situações I e II são adequadas e permitem que sejam explorados os conceitos de seção transversal, área da superfície cilindrica e volume do cilindro.